МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
19.05.2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.25 Метод Фурье

1. Код и наименование направления подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки: Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении, Математическое и компьютерное моделирование

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета

6. Составители программы: проф., д.ф.-м.н. Глушко А.В.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета Протокол № 0500-03 от 24.03.2022

8. Учебный год: 2024/ 2025 Семестр(ы): 6

9. Цели и задачи учебной

Цели изучения дисциплины:

- ознакомление студентов с методом поиска решений для уравнений в частных производных в виде рядов.
- выработка у студентов навыков выписывать и решать задачи Штурма-Лиувилля отвечающие конкретным краевым и начально-краевым задачам уравнений в частных производных.
- дать современные теоретические знания в области Метода Фурье и практические навыки в решении и исследовании основных типов дифференциальных уравнений с частными производными;
- сформировать социально-личностные качества выпускников: целеустремленность, организованность, трудолюбие, коммуникабельность, умение работать в коллективе, ответственность за конечный результат своей профессиональной деятельности, способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

Задачи учебной дисциплины:

- умение находить решения для уравнений в частных производных в виде рядов;
- умение применять Метод Фурье для исследования решений начальных и начально-краевых задач для уравнений с частными производными;
- способность применения Метода Фурье при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: Блок 1; обязательная часть.

Для его успешного освоения дисциплины «Метод Фурье» необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, уравнения математической физики, теоретическая механика.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дисциплина является предшествующей для курсов методов вычислений, механики сплошной среды, математического моделирования, концепций современного естествознания, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальн	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: базовые понятия в области математических и или) естественных наук Уметь: использовать базовые понятия и методы из области математических и или) естественных наук. Владеть: базовыми методами из области математических и или)естественных наук.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и	Знать: как использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. Уметь: использовать базовые знания в

	ой геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.		(или) естественных наук в профессиональной деятельности.	области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. Владеть: методами позволяющими использовать фундаментальные знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать: как выбирать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. Уметь: выбирать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. Владеть: навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 6 семестр.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			6 семестр
Контактная работа		32	32
в том числе:	лекции	16	16
	практические	16	16
	лабораторные		
	курсовая работа		
	контрольные работы	1	1
Самостоятельная работа		40	40
Промежуточная аттестация		зачет	зачет
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Разделение переменных. Собственные значения $\lambda_k = (\pi k / l)^2$ и собственные функции $X_k(x) = \sin(\pi k x / l),\ k = 1, 2, \dots$. Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Построение частных решений и решения начально-краевой	- - https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841 - https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=110

		задачи.	56 - - - -
1.2	Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве	Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве H. Минимизирующее свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма (о полноте) для ортонормированной системы в гильбертовом пространстве H.	
1.3	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны. Постановка задачи. Разделение переменных. Лемма о линейно независимых собственных функциях.	
1.4	Общая схема метода Фурье	Лемма об ортогональности собственных функций с весом $\rho(x)$. Лемма о неотрицательности собственных значений. Построение формального решения.	
1.5	Вынужденные колебания струны	Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах. Вынужденные колебания струны с подвижными концами.	
1.6	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности	Решение первой краевой задачи в прямоугольнике для однородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и однородными граничными условиями. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с однородными начальными и граничными условиями. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и неоднородными граничными условиями.	
1.7	Задача Дирихле для уравнения Лапласа	Представление оператора Лапласа в полярных координатах. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге на плоскости.	
		2. Практические занятия	
2.1	Метод разделения переменных для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	Решение задач для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями при различных граничных условиях	- - - https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841 - https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056 - - -
2.2	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями струны	Решение задач для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями при разного вида граничных условиях	
2.3	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными	Решение задач для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями при разного вида граничных условиях	
2.4	Метод разделения переменных для однородных	Решение задач для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями при различных граничных условиях	

	гиперболических уравнений с однородными граничными условиями		
2.5	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями струны	Решение задач для неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями при разного вида граничных условиях	
2.6	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными	Решение задач для неоднородных параболических уравнений с неоднородными граничными условиями при разного вида граничных условиях. Контрольная работа	
2.7	Метод разделения переменных для эллиптических уравнений	Решение задач для эллиптических уравнений при разного вида граничных условиях	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны	2			3	5
1.2	Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве	3			3	6
1.3	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны	2			3	5
1.4	Общая схема метода Фурье	3			3	6
1.5	Вынужденные колебания струны	2			3	5
1.6	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности	2			3	5
1.7	Задача Дирихле для уравнения Лапласа	2			3	5
2.1	Метод разделения переменных для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями			4	3	7
2.2	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями			2	3	5
2.3	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических			2	3	5

	уравнений с неоднородными граничными условиями					
2.4	Метод разделения переменных для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями			2	3	5
2.5	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями			2	3	5
2.6	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с неоднородными граничными условиями			2	2	4
2.7	Метод разделения переменных для эллиптических уравнений			2	2	4
	Итого:	16		16	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины: Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Метод Фурье» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический

материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: http://biblioclub.ru

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с. – URL:http://www.kuchp.ru
2	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, Михайлова Т.В., Шабунин М.И. – М: Физматлит, 2016. – 512 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
3	Карчевский М.М. Лекции по уравнениям математической физики / М.М. Карчевский. – СПб: Издательство «Лань», 2016. – 164 с. // Электронно-

	библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
4	Карчевский М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: Учебное пособие / М.М. Карчевский, Павлова М. Ф. – СПб: Издательство «Лань», 2021. – 276 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
1	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
3	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
4	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
5	ЭБС «Лань»
5	Электронный https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841 -https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, Михайлова Т.В., Шабунин М.И. – М: Физматлит, 2016. – 512 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
2	Деревич И.В. Практикум по уравнениям математической физики / И. В. Деревич. – СПб: Издательство «Лань», 2017. – 428 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
3	Глушко А.В. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными. Постановка основных задач математической физики / А.В. Глушко, А.С. Рябенко. – Воронеж: ИД ВГУ, 2018. – 33 с. – URL: http://www.kuchp.ru
4	Глушко А.В. Практические занятия по классификации дифференциальных уравнений с частными производными / А.В. Глушко, А.С. Рябенко. – Воронеж: ИД ВГУ, 2018. – 38 с. – URL: http://www.kuchp.ru
5	Рябенко А.С. Методы построения решений краевых задач для эллиптических уравнений / А.С. Рябенко. – Воронеж: ВГПУ, 2015. – 45 с. – URL: http://www.kuchp.ru
6	Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными гиперболического и параболического типов / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, С.А. Ткачева. – Воронеж: ИД ВГУ, 2019. – 80 с. – URL: http://www.kuchp.ru
7	Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка эллиптического типа / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, Л.В. Безручкина. – Воронеж: ИД ВГУ, 2019. – 92 с. – URL: http://www.kuchp.ru

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841-https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056).

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise 64 bit, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I). Специализированная мебель.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
2	Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
3	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
4	Общая схема метода Фурье	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
5	Вынужденные колебания струны	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
6	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
7	Задача Дирихле для уравнения Лапласа	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
8	Метод разделения переменных для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
9	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту

10	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
11	Метод разделения переменных для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
12	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями струны	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
13	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с неоднородными граничными условиями	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
14	Метод разделения переменных для эллиптических уравнений	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
Промежуточная аттестация Форма контроля – Зачет				перечень вопросов к зачёту

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень тестовых заданий

---

1. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

2. Является ли число $\lambda=0$ собственным значением задачи Штурма-Лиувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

а) да, б) нет.

3. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l],\ t>0, \\ u(0,t)=0,\quad u(l,t)=0,\ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ x\in[0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

Ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальным условиям,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальным условиям,
е) удовлетворять начальным и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

4. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l], t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

5. Является ли число $\lambda=0$ собственным значением задачи Штурма-Лиувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

а) да, б) нет.

6. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l],\ t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ x\in[0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,

б) удовлетворять только граничным условиям,

в) удовлетворять только начальным условиям,

г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,

д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальным условиям,

е) удовлетворять начальным и граничным условиям,

ж) являться решением задачи.

7. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x\in[0;l],\ t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t)=0, \quad t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x),\ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

8. Функции $\sin\left(\dfrac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$, где $k=0,1,2,...$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

9. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x\in[0;l],\ t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t)=0, \quad t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x),\ x\in[0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,

б) удовлетворять только граничным условиям,

в) удовлетворять только начальным условиям,

г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,

д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальным условиям, е) удовлетворять начальным и граничным условиям.

ж) являться решением задачи

10. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

11. Функции $\sin\left(\dfrac{\pi k x}{l}\right)$, где $k = 1,2,\ldots$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

12. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k = 1,2,\ldots$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} X_k(x) T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,

б) удовлетворять только граничным условиям,

в) удовлетворять только начальному условию,

г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,

д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,

е) удовлетворять начальному и граничным условиям,

ж) являться решением задачи.

13. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

14. Функции $\cos\left(\frac{\pi kx}{l}\right)$, где $k=0,1,2,...$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

15. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l],\ t>0, \\ u(0,t)=0,\quad u(l,t)=0,\ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\ x\in[0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,
е) удовлетворять начальному и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

16. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l],\ t>0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

17. Функции $\cos\left(\frac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$, где $k=0,1,2,...$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

18. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k = 1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,
е) удовлетворять начальному и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

19. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

20. Числа $\left(\dfrac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ являются собственными значениями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

21. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k = 1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,
е) удовлетворять начальному и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

22. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$.

23. Числа $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ являются собственными значениями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

24. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \dfrac{l}{2}$.

25. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ \ x \in [0;l],\ t>0, \\ u(0,t)=0, \quad u(l,t)=0, \ \ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \ \ \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ \ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$ г) $T'(t)X(x) = a^2X''(x)T(t)$.

26. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = \dfrac{l}{2}$.

27. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ \ x \in [0;l],\ t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0, \ \ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \ \ \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ \ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2X''(x)T(t)$.

28. Собственными значениями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

являются следующие числа:

а) $\left(\dfrac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k=0,1,2,...$ б) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k=1,2,...$ в) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k=0,1,2,...$

29. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = \dfrac{l}{2}$.

---

30. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ \ x \in [0;l],\ t>0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0, \quad u(l,t)=0, \ \ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \ \ \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ \ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2X''(x)T(t)$.

31. Собственными значениями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \; x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

являются следующие числа:

а) $\left(\frac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ б) $\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$ в) $\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$

32. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \; x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \frac{l}{2}$.

33. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \;\; x \in [0;l], \; t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \;\; t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \;\; \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \;\; x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение

а) $\frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t) X(x) = a^2 X''(x) T(t)$, в) $\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t) X(x) = a^2 X''(x) T(t)$

34. Собственными значениями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \; x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

являются следующие числа:

а) $\left(\frac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ б) $\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$ в) $\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$

35. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \; x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k = m$, то

а) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \frac{l}{2}$.

Примерный перечень задач для контрольных работ

1. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \;\; x \in [0;l], \; t > 0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \;\; t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \;\; \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \;\; x \in [0;l]. \end{cases}$$

2. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

3. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \\ u(x,0) = \cos 2x, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial u(\pi,t)}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

4**.** Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + x(x-l)t^2, \\ u(0,t) = u(l,t) = 0, \\ u(x,0) = \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0, \quad \text{где} \quad x \in (0,l), \ t > 0. \end{cases}$$

5. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

6. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

7. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, тестовые задания, контрольные работы.

В ходе тестовых заданий обучающемуся выдается КИМ с тестовыми заданиями, если тестовое задание проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ тестового задания содержат три задания. На написание тестового задания отводится 15 минут. Тестовое задание оценивается в формате «зачтено» и «не зачтено». Для получения «зачтено» в тестовом задании нужно верно ответить на два задания. «Не зачтено» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачтено».

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями, если контрольная проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ контрольной содержат два задания. На написание контрольной работы отводится 90 минут. Контрольная работа оценивается в формате «зачтено» и «не зачтено». Для получения «зачтено» в контрольной работе нужно верно выполнить одно задание. «Не зачтено» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачтено».

20.2. Промежуточная аттестация

Перечень вопросов к зачету.

1. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

2. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

3. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

4. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

5. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

6. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

7. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

8. . Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

9. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

10. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

11. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = \mu(t), \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

12. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = \mu(t), \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Метод Фурье» в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачет» и «не зачет».

В ходе зачета обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями, если зачет проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ зачета содержат два вопроса. На написание зачета отводится 90 минут. Для получения «зачет» нужно верно решить одно задание. «Не зачет» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачет».